

19. ULUSAL MATEMATİK OLİMPİYATI BİRİNCİ AŞAMA SINAVI

SORU ÇÖZÜMLERİ

**SORU 8.** Pozitif tamsayılardan oluşan  $n$  elemanlı her kümenin toplamları 6 ile bölünebilen altı elemanı bulunabiliyorsa,  $n$  en az kaç olabilir?

- A. 13
- B. 12
- C. 11
- D. 10
- E. 9

**Çözüm.** Soru aslında bir Güvercin Yuvası İlkesi<sup>12</sup> problemidir. Varsayalım bir  $A$  kümemiz olsun ve bu kümeyi öyle bir oluşturalım ki, herhangi 6 elemanın toplamları kesinlikle 6 ile bölünmesin. Eğer küme elemanlarını ( $mod 6$ ) altında incelersek  $A = \{0,0,0,0,0,1,1,1,1,1\}$  kümesinin hiçbir 6 elemanlı alt kümesinin elemanları toplamı 6 ile bölünemez. Ancak eklenecek herhangi bir pozitif tamsayı için kural bozulur ve toplamları 6 ile bölünebilen 6 eleman bulunabilir.

Örneğin,  $A = \{6,12,18,24,30,7,13,19,25,31\}$  kümesine hangi elemanı eklersek ekleyelim bozulacaktır ve sorudaki kuralı sağlayan en az elemanlı kümelere örnek teşkil edecektir.

Öyleyse  $s(A)_{\min} = 11$  olacaktır.

Doğru cevap "C" seçeneğinde verilmiştir.



<sup>1</sup> [www.matematikdunyasi.org/arsiv/PDF/03-I-50-51-GuvercinYuvasi.pdf](http://www.matematikdunyasi.org/arsiv/PDF/03-I-50-51-GuvercinYuvasi.pdf)

<sup>2</sup> [sbelian.files.wordpress.com/2010/07/mat\\_olm\\_book.pdf](http://sbelian.files.wordpress.com/2010/07/mat_olm_book.pdf)