

19. ULUSAL MATEMATİK OLİMPİYATI BİRİNCİ AŞAMA SINAVI

SORU ÇÖZÜMLERİ

SORU 30. m nin hangi değeri için, $3x^2 - 10xy - 8y^2 = m^{19}$ eşitliğini sağlayan hiçbir (x, y) tamsayı ikilisi yoktur.

A. 7

B. 6

C. 5

D. 4

E. 3

Çözüm. Varsayalım $m=7$ olsun. $3x^2 - 10xy - 8y^2 = 7^{19}$ olacaktır. Buna göre,

$3x^2 - 3xy - y^2 \equiv 0 \pmod{7}$ ise $(x, y) = (7c_1, 7c_2)$ formunda olabilir.

$m=6$ ise $3x^2 - 10xy - y^2 \equiv 6 \pmod{7}$ ise $(x, y) = (7c_1, 7c_2 + 1)$ formunda olabilir.

$m=5$ ise $3x^2 - 10xy - y^2 \equiv 5 \pmod{7}$ ise $(x, y) = (7c_1, 7c_2 + 3)$ formunda olabilir.

$m=3$ ise $3x^2 - 10xy - y^2 \equiv 3 \pmod{7}$ ise $(x, y) = (7c_1, 7c_2 + 2)$ formunda olabilir.

$m=4$ ise $3x^2 - 10xy - y^2 \equiv 4 \pmod{7}$ ise (x, y) için birer tamsayı ikili bulmak imkansızdır.

Buna göre istenilen cevap "D" seçeneğinde verilmiştir.

