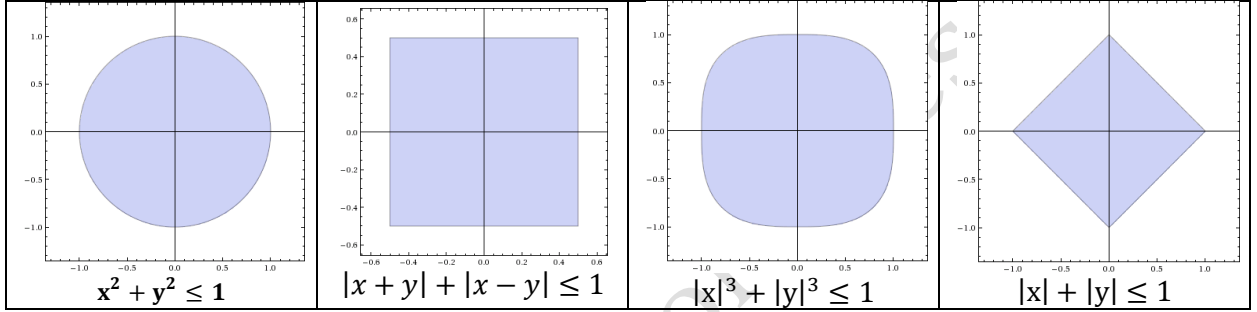


19. ULUSAL MATEMATİK OLİMPİYATI BİRİNCİ AŞAMA SINAVI

SORU ÇÖZÜMLERİ

**SORU 19.** Aşağıdaki eşitsizliklerden hangisinin  $xy$ -düzleminde tanımladığı bölge ile kesişimi tam olarak iki noktadan oluşan bir doğru bulunur?

- A.  $x^2 + y^2 \leq 1$
- B.  $|x + y| + |x - y| \leq 1$
- C.  $|x|^3 + |y|^3 \leq 1$
- D.  $|x| + |y| \leq 1$
- E.  $|x|^{1/2} + |y|^{1/2} \leq 1$



**Çözüm.** Soruda da sorulduğu üzere, eşitsizliğimizin tanımladığı bölgeyle olan kesişimi sadece iki ya da tam olarak 2 nokta olan bir doğru bulmalıyız. Eşitsizliklerin grafiklerini çizme yöntemleri kullanarak ta çizebileceğimiz grafiklerimizi inceleyelim. Yukarıda verilen eşitsizliklerin tanımladığı bölgelerin hiçbiri ile sadece 2 noktada kesişebilecek bir doğru çizmemiz imkânsızdır. Eşitsizliklerin hepsi birer *dışbükey* şekil belirler ve tanım gereği de çizilemeyeceği açıktır. Ancak son şeklimiz bir *dışbükey* değil bir *içbükey* şekil belirler ve soruda istenilen şart sağlanır.

Buna göre, tanımladığı bölge ile 2 noktada kesişen bir doğru bulunabilen tek eşitsizlik yanda da grafiği verilmiş olan ve tanım bölgesi içbükey bir şekil belirten  $|x|^{1/2} + |y|^{1/2} \leq 1$  eşitsizliği olacaktır. Örneğin  $y = 1 - x$  doğrusu ile bu eşitsizliğin kesişimi sadece 2 noktadır.

Doğru cevap "E" seçeneğinde verilmiştir.

