

19. ULUSAL MATEMATİK OLİMPİYATI BİRİNCİ AŞAMA SINAVI

SORU ÇÖZÜMLERİ

SORU 18. Kaç pozitif tamsayı $n(n^2 - 1)(n^2 + 3)(n^2 + 5)$ ifadesini n 'nin tüm pozitif tamsayı değerleri için böler?

A. 16

B. 12

C. 8

D. 4

E. Hiçbiri

Çözüm. Önce verilen ifadeyi çarpanlarına ayıralım, buna göre $n(n^2 - 1) = n(n - 1)(n + 1)$ olacaktır. Bu ifade 1, 2 ve 3 sayılarına daima kalansız bölünecektir. Buna göre ifademiz kesinlikle $\{1,2,3,6\}$ sayılarına bölünecektir.

$n^2 \equiv 0,1,4,2 \pmod{7}$ olacağından $n(n^2 - 1)(n^2 + 3)(n^2 + 5) \equiv 0 \pmod{7}$ olacaktır. Öyleyse, yeni kümemiz $\{1,2,3,6,7,14,21,42\}$ olacaktır.

$n^2 \equiv 0,1 \pmod{3}$ ise $(n^2 + 3)(n^2 + 5) \equiv 0 \pmod{3}$ ise soruda verilen ifade kesinlikle 9 ile bölünecektir. Öyleyse yeni kümemiz $\{1,2,3,6,7,14,21,42,9,18\}$ olacaktır. İfademiz 9 ve 7 ile bölünebildiğine göre 63 ile de bölünecektir. Benzer biçimde 9,7 ve 2 ile bölünebildiği için 126 ile de bölünecektir. Öyleyse değerlerimiz 1,2,3,6,7,14,21,42,9,18,63,126 olmak üzere toplam 12 tane olacaktır.

Buna göre, istenilen cevap "B" seçeneğinde verilmiştir.

