

19. ULUSAL MATEMATİK OLİMPİYATI BİRİNCİ AŞAMA SINAVI

SORU ÇÖZÜMLERİ

SORU 14. $2011^{2011^{2011^{2011}}}$ sayısının 19 ile bölümünden kalan nedir?

- A. 5
- B. 4
- C. 3
- D. 2
- E. 1

Çözüm. Sorunun çözümünde Küçük Fermat Teoremini kullanarak da çözüme gidilebilir. Ancak bu çözüm hem biraz daha uzun ve hata yapmaya müsait olduğundan daha elementer bir çözüm yapalım.

Eğer $S = 2011^{2011^{2011^{2011}}}$ olarak alırsak $S \equiv 1 \pmod{2}$ olduğunu görmek zor değildir. Buna göre,

$$2011 \equiv 16 \pmod{19}$$

$$2011^2 \equiv 9 \pmod{19}$$

$$2011^3 \equiv 5 \pmod{19}$$

$$2011^4 \equiv 9 \pmod{19}$$

⋮

olduğuna göre; $S > 1$ olmak üzere

$$\begin{cases} 2011^s \equiv 9 \pmod{17}, S \text{ çift sayı} \\ 2011^s \equiv 5 \pmod{17}, S \text{ tek sayı} \end{cases}$$

olacaktır. Soruda verilen S sayısı tek sayı olduğuna göre 17 ile bölümden kalan 5 olacaktır.

Doğru cevap "A" seçeneğinde verilmiştir.

