

19. ULUSAL MATEMATİK OLİMPİYATI BİRİNCİ AŞAMA SINAVI

SORU ÇÖZÜMLERİ

SORU 12. Bir okuldaki 100 öğrenciden her biri aynı okulda okuyan 50 öğrenciye mesaj yollamıştır. Karşılıklı olarak mesajlaşmış öğrenci çiftlerinin sayısı en az kaç olabilir?

Çözüm. Sorumuz tipik bir Graph(Graf¹) sorudur. Önce genel bir çözüm yapalım. Varsayalım n kişi sayısı ve m her bir kişinin yaptığı konuşma sayısı olsun. Buna göre K_n 'de toplam

$$\binom{n}{2} = \frac{n \cdot n - 1}{2}$$

tane kenar olacaktır. n kişinin her biri m tane mesajlaşma yaparsa, toplam n.m tane mesajlaşma olacaktır. Eğer

$$n \cdot m > \binom{n}{2}$$

olursa mutlaka mesaj atılan kişi mesaj atana mesaj atmamak zorunda kalacaktır. Buna göre toplam en az karşılıklı mesajlaşma sayısı

$$n \cdot m - \frac{n \cdot n - 1}{2} = n \cdot \left(m - \frac{n - 1}{2} \right)$$

olacaktır. Şimdi sorumuza dönelim buna göre, m= 50 ve n=100 olacaktır. Öyleyse istenilen cevap,

$$100 \cdot 50 - \binom{100}{2} = 100 \cdot 50 - \frac{100 \cdot 99}{2} = 50$$

olacaktır.

Σ

¹ Graph sorularıyla ilgili daha ileri okumalar için Matematik Dünyası dergisinin Çizgeler kapak konusu ile yayınlanan sayısını veya Ertan Kaya'nın Kombinatorik Problemleri kitabını öneririz.