

## 19. ULUSAL MATEMATİK OLİMPİYATI BİRİNCİ AŞAMA SINAVI

## SORU ÇÖZÜMLERİ

**SORU 11.**  $x^5 + x^4 - 4x^3 - 7x^2 - 7x - 2$  polinomunun farklı gerçel köklerinin toplamı nedir?

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. -2
- E. 7

**Çözüm.** Polinomun eğer bir tam sayı kökü varsa bu kök kesinlikle polinomun sabit katsayısının bölenlerinden biri olmalıdır. Buna göre, aradığımız kökler -1, 1, 2, -2 tamsayılarından en az biri olacaktır. Buna göre  $x = -2$  için  $p(-2) = 0$  olduğunu görmek zor değildir.

Öyle ise polinomumuz  $p(x) = x^5 + x^4 - 4x^3 - 7x^2 - 7x - 2$  olacaktır. Eğer bu polinomun ikinci çarpanını da çarpanlarına ayırırsak,  $x^4 - x^3 - 2x^2 - 3x - 1 = (x^2 - 2x - 1)(x^2 + x + 1)$  eşitliğini elde ederiz. Buna göre,  $p(x) = (x + 2) \cdot \underbrace{(x^2 - 2x - 1)}_{\Delta > 0} \cdot \underbrace{(x^2 + x + 1)}_{\Delta < 0}$  polinomun da birinci çarpanının

diskriminantı sıfırdan büyük, ikinci polinomun ise diskriminantı sıfırdan küçüktür. Dolayısıyla ikinci polinomun gerçel kökleri yoktur.

Buna göre,  $x_1 = -2$ ,  $x_2 + x_3 = 2$ ,  $x_4, x_5 \notin \mathbb{R}$  olduğundan istenilen farklı reel kökler toplamı

$$x_1 + x_2 + x_3 = -2 + 2 = 0$$

olacaktır. Doğru cevap "A" seçeneğinde verilmiştir.

