

19. ULUSAL MATEMATİK OLİMPİYATI BİRİNCİ AŞAMA SINAVI

SORU ÇÖZÜMLERİ

SORU 3. $1 + \sqrt{n^2 - 9n + 20} > \sqrt{n^2 - 7n + 12}$ eşitsizliğini sağlayan kaç n pozitif tam sayısı vardır?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

E. Hiçbiri

Çözüm. Varsayalım $n-4=a$ olsun. Öyleyse soruda verilen eşitsizlik $1 + \sqrt{a^2 - a} > \sqrt{a^2 + a}$

olacaktır. Eğer eşitsizliğin iki tarafının da karesini alırsak, $1 + a^2 - a + 2\sqrt{a^2 - a} > a^2 + a$ olacaktır.

Buradan $2\sqrt{a^2 - a} > 2a - 1$ bulunur. Yine kareler alınırsa, $4a^2 - 4a > 4a^2 - 4a + 1$ eşitsizliğinden

$0 > 1$ olacaktır ki bu durum çelişkidir. Bu durumda aklı ilk gelen, cevabın E seçeneği olacağıdır. Ancak $2a-1$ ifadesinin negatif olması durumunda kare alımında problemler olabilir. Eğer, $2n - 4 - 1 < 0$ ise $2n < 9$ olacaktır ki, $n = 1, 2, 3, 4$ değerlerini deneyebiliriz. Buna göre, n değişkeni yerine gerçektende $n = 1, 2, 3, 4$ tamsayıları konulduğunda eşitsizliğin bozulmadığını görmek zor değildir.

Öyleyse, $n = 1, 2, 3, 4$ için eşitsizlik sağlanır.

Doğru cevap "D" seçeneğinde verilmiştir.

