19. ULUSAL MATEMATİK OLİMPİYATI BİRİNCİ AŞAMA SINAVI

SORU ÇÖZÜMLERİ

SORU 31. $i^2+j^2+k^2=2011$ koşulunu sağlayan i,j,k tamsayıları için, $i+j+k$ ifadesinin alabileceği en büyük değer nedir?

A. 71

B. 73

C. 74

D. 76

E. 77

Çözüm. Sorunun çözümü için Cauchy-Schwartz Eşitsizliği[1]'ni kullanalım Buna göre,

$$\left(1^2+1^2+1^2\right)\left(i^2+j^2+k^2\right)\geq\left(i+j+k\right)^2$$

ise $3\cdot 2011\geq\left(i+j+k\right)^2$ olacağından $-\sqrt{3\cdot 2011}\leq i+j+k\leq\sqrt{3\cdot 2011}$ eşitsizliği elde edilecektir. Buna göre, $[\![\sqrt{3\cdot 2011}]\!]=77$ ise, $\left(i+j+k\right)_{\max}=77$ olur.

Gerçektende, $i=29,\ j=27,k=21$ için

$$i^2+j^2+k^2=841+729+441=2011$$

olacaktır.

Doğru cevap "E" seçeneğinde verilmiştir.

$\boxed{\Sigma}$

[1] http://mathworld.wolfram.com/CauchysInequality.html